수2

최고난도 모음11월 1주차

점수	

학원반		이름	

1.

14. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식

$$f(x)=f'(x)$$

가 서로 다른 세 실근 $\alpha, \beta, \gamma\ (\alpha<0<\beta<\gamma)$를 갖는다. $\gamma=\beta-\alpha$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(0)<0$

ㄴ. 모든 음수 x에 대하여 $f(x)-f(\alpha)\le f(\alpha)(x-\alpha)$이다.

ㄷ. 실수 k에 대하여 $f'(\beta)=\dfrac{f(k)-f(\beta)}{k-\beta}$이면 $k=-3$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2.

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여 함수

$$g(x)=f(|x-a|+a)$$

가 다음 조건을 만족시킨다. (단, $\alpha<\beta$)

(가) 함수 $\lvert g(x)\rvert$는 $x=\alpha$, $x=\beta$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 함수 $g(x)$의 극댓값과 극솟값의 차는 4이다.

조건을 만족시키는 모든 $f(x)$에 대하여 $\int_{\alpha}^{\beta}|f(x)|\,dx$의 최솟값을 구하시오. [4점]

3.

14. 최고차항의 계수가 1인 **사차함수** $f(x)$와 일차 이하의 **다항함수** $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f'(-2)=0$, $f'(-1)=f'(0)=g'(1)$
>
> (나) -1보다 큰 모든 실수 x에 대하여
>
> $\int_{0}^{x}|f'(t)-g'(t)|dt=f(x)-g(x)$이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$가 $x=0$에서 접한다.

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $g(0)=0$이면 $f(x)\geq -\frac{80}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4.

22. 최고차항의 계수가 1이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시키는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt \text{ (단, } a\text{는 양의 상수이다.)}$$

라 하면, 함수 $g(x)$는 정수인 극댓값을 갖는다. 집합

$$\{x \mid g(x)=k,\ k\text{는 음이 아닌 정수이다.}\}$$

의 모든 원소를 나열하여 만든 수열을 $\{x_n\}$이라 할 때, 수열 $\{x_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $m<n$인 두 자연수 m, n에 대하여 $g(x_m) \le g(x_n)$이다.
>
> (나) $m<n$인 두 자연수 m, n에 대하여 $g(x_m)=g(x_n)$이면 $x_m<x_n$이다.

$x_{100}+x_{101}>0$일 때, $g(2a)$의 값을 구하시오. [4점]