

* 통계적 추론

대상: 모평균.
방법: 통계적으로.

ex) 전국 고2 학생 전체의 키 평균. 모평균.

40만명 모집단 (전체)

크기

40만명 키 모두 측정 불가능하다.

전수 조사.

(중실적인) 키
시간. 비용. 불가능.

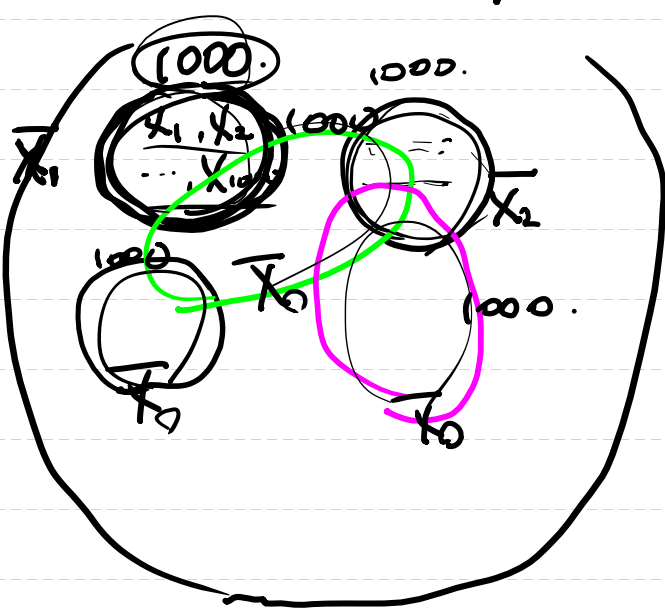
이중 일부만 실제로 조사

표본 (Sample) 조사.

1000명만 조사.

표본의 크기 (n)

고2 전체 (40만)



1000명의 표본 추출 (무작위 추출)

비추출 비율 (40만 / 1000) 표본 추출 조사.
표본 조사 (1000명의 키)

$X_1, X_2, \dots, X_{1000}$

$$\frac{1000명의 키 평균}{표본 평균} = \frac{X_1 + \dots + X_{1000}}{1000}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

표본 분산 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 표본 표준편차 $= S = \sqrt{S^2}$

1000명
 $\bar{X}$: 표본 평균
 S^2 : 표본 분산
 S : 표본 표준편차

모평균 ($\mu, E(X)$)

모분산 ($\sigma^2, V(X)$)

모표준편차 ($\sigma, \sigma(X)$)

① ② ③ ④의 분산.

① ② ③ ④ 모두 (2배)의 분산

★ 아래를 관행.

40만 (전체)
모평균 $\mu, E(X)$

모분산 $\sigma^2, V(X)$

모표준편차 $\sigma, \sigma(X)$

1000명 (부분)
표본 평균 $\bar{X}$

표본 분산 S^2

표본 표준편차 S

모분산

K를 표본화할 때 사용.

why? 40만 개의 K를 대상

표본 평균의 평균	$E(\bar{X}) = E(X)$
표본 평균의 분산	$V(\bar{X}) = \frac{V(X)}{n}$
표본 평균의 표준편차	$\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}$

$E(X)$: X의 평균. K의 기댓값. $V(X)$

$E(\sim)$: $\sim$ 의 평균.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$Y \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\mu = E(X), \sigma = \sigma(X)$$

$$\mu = E(Y), \sigma = \sigma(Y)$$

$\mu, \sigma \Rightarrow$ 표준화의 재틀

$$Z = \frac{X - E(X)}{\sigma(X)}$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\mu = E(\bar{X}), \sigma = \sigma(\bar{X})$$

$$Z = \frac{\bar{X} - E(\bar{X})}{\sigma(\bar{X})}$$

각각 11개

예. 0, 2, 4, 6 각각 3개씩 찍힌 주사위.

복합 추출로 2개의 숫자 선택하여 평균 구하라. 그 평균의 평균, $E(\bar{X})$?
 표준집단. 표준편차 ($\bar{X}$)

Sol 1). 첫번째에 꺼낸 숫자 X_1 , 두번째에 꺼낸 숫자 X_2 .

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

$X_2 \backslash X_1$	0	2	4	6
0	0	1	2	3
2	1	2	3	4
4	2	3	4	5
6	3	4	5	6

$\bar{X}$	0	1	2	3	4	5	6	평균
PA	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	1

$$E(\bar{X}) = 0 \times \frac{1}{16} + \dots + 6 \times \frac{1}{16}$$

$$= 3$$

Sol 2). $E(\bar{X})$? $E(\bar{X}) = E(X) = \frac{0+2+4+6}{4} = 3$

* ②. $P(\bar{X}=2)$? $\frac{3}{16}$ (X는 확률분포로 이(무))

Sol 2) 관련 것만 계산.

0, 2, 4, 6 복합 추출 2개 수 평균 = 2 일 확률.

$$\frac{0, 4}{2, 2}{4, 0} = \frac{3}{4^2} = \frac{3}{16}$$

(0,0) (0,2) (2,0) (2,2) (4,0) (4,2) (6,0) (6,2) 16개.

* $\bar{X}$ 의 분포. (중심 $\bar{X}$). n 이 클수록

$$E(\bar{X}) = \mu, \quad V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$E(X) = \mu, \quad V(X) = \frac{\sigma^2}{n}$$

① X 가 n 개의 σ^2 인 정규분포를 따른다.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

모집단.

$\bar{X}$ 는 n 개의 $\frac{\sigma^2}{n}$ 인 정규분포를 따른다.

$\Downarrow$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$

$$E(\bar{X}) = E(X), \quad V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

모집단이 정규분포를 따른다면 $\bar{X}$ 도 정규분포를 따른다.

② X 가 정규분포를 따르지 않아도.

NP이 충분히 크다

중심 $\bar{X}$ $n \geq 30$

$np \geq 10$

$\bar{X}$ 는 정규분포를 따른다.

예 T.F (). L. () 충분히?

L. X 가 정규분포를 따르지 않아도 $\bar{X}$ 는 정규분포를 따른다. **F**

n 이 충분히 클때.

$\rightarrow$ 맞는 T.

* 표준편차의 추정.
(n)

추정 { 점추정 : m 은 (3.1)이다
구간추정 : m 은 $1 \leq m \leq 3$ 를 만족.

표준편차가 포함될 것으로 가려지는 구간 : 신뢰구간 (표준편차의)

$$\bar{X} - k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X} + k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$\bar{X}$ 편향 안.

note)

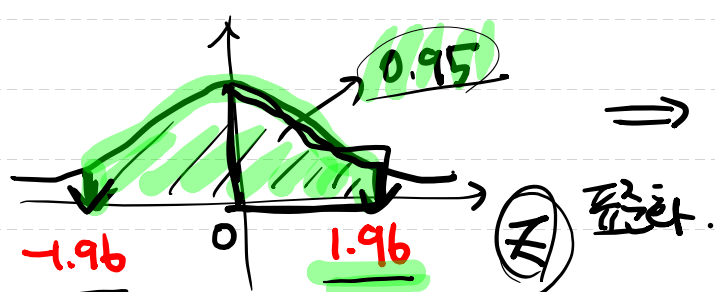
(k) (95%)의 신뢰도 : $k=1.96$
99% = : $k=2.58$

(k) 신뢰상수 $\Rightarrow$ 알수있음.

(σ) 모표준편차.

$\Rightarrow$ 문제에서 준 것 그대로 사용.

$\Rightarrow$ 안 준 것 σ 대신 S 대입

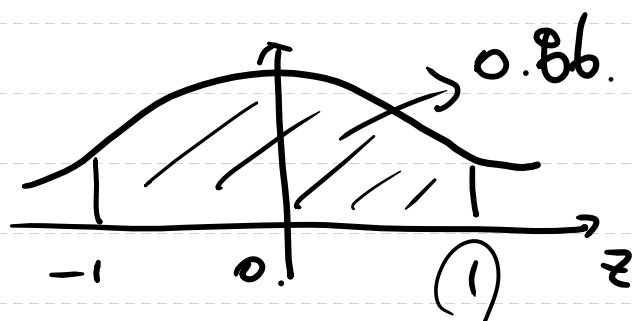
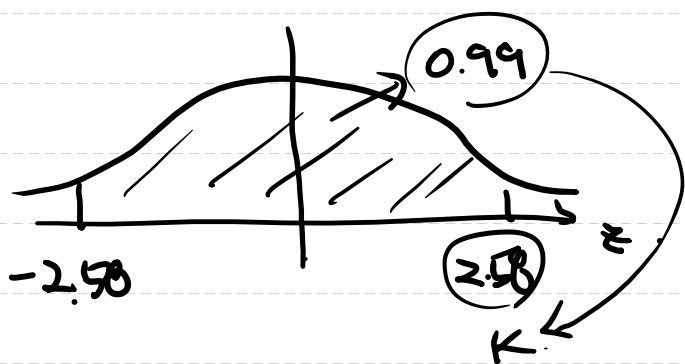


$$\Rightarrow P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$$

k 값. 신뢰도 95%.

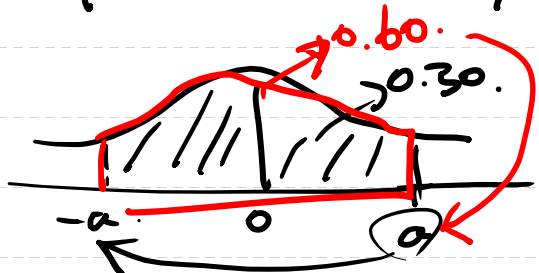
n : 표본 크기 안.

$$P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$$



86%의 신뢰도 $k=1$

$$P(0 \leq Z \leq a) = 0.30. \quad 60\% \text{의 신뢰도 } k=a.$$



기10-5 어느날 (100)명 n 연구 참여자를, 수치조사 $\frac{\sum x_i}{n} = 500$.

표준편차 = 40시간.

$$\bar{X} = 500, n = 100, S = 40.$$

c1). 신뢰도 95%로 불확실성의 구간 m 을 추정하라.

$$\bar{X} - k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X} + k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{신뢰구간을 써나.}$$

$$500 - 1.96 \times \frac{40}{\sqrt{100}} \leq m \leq 500 + 1.96 \times \frac{40}{\sqrt{100}}$$

기10-1 주사위 1 1 1 2 2 3 6개 공.

(1) 한개의 공 뽑을. 공의 숫자 X 의 평균, 분산?
 $E(X)$ $V(X)$

X	1	2	3	개수
P	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$$E(X) = 1 \cdot \frac{3}{6} + 2 \cdot \frac{2}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{3}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{5}{3}$$

(2) 크기 2인 인의 평균 $\bar{X}$, $E(\bar{X})$, $V(\bar{X})$?

$$E(\bar{X}) = E(X) = \frac{5}{3} \quad V(\bar{X}) = \frac{V(X)}{n} = \frac{\frac{5}{3}}{2} = \frac{5}{6}$$

기10-2. 고통의 양 X 이 $X \sim N(40, 10^2)$

$$X \sim N(40, 10^2) \quad \mu = 40 \quad \sigma = 10$$

(1) 한개의 통 X 35cm 이상 50cm 이하 일 확률?
 $\downarrow$
확률

$$\begin{aligned} P(35 \leq X \leq 50) &= P\left(\frac{35-40}{10} \leq Z \leq \frac{50-40}{10}\right) \\ &= P(-0.5 \leq Z \leq 1) = P(0 \leq Z \leq 0.5) + P(0 \leq Z \leq 1) \end{aligned}$$

(2) 크기 4인 통의 평균 $\bar{X}$ 35cm 이상 50cm 이하 일 확률?

$$P(35 \leq \bar{X} \leq 50) = P\left(\frac{35-40}{5} \leq Z \leq \frac{50-40}{5}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{평균} \quad E(\bar{X}) &= E(X) = 40 \\ \sigma(\bar{X}) &= \frac{\sigma(X)}{\sqrt{4}} = \frac{10}{2} = 5 \end{aligned}$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 2)$$